



**ПЯТАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА
БЛАГОВЕЩЕНСК – РОССИЯ, 15 марта 2025 г.**

Задание 1 (10 баллов)

Найти расстояние между графиками функций

$$f_1(x) = \frac{\ln x}{2025} \quad \text{и} \quad f_2(x) = e^{2025x}.$$

Задание 2 (10 баллов)

Вычислить площадь фигуры, ограниченной петлей кривой $x^3 + x^2 - y^2 = 0$.

Задание 3 (10 баллов)

Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (x + y) dx dy,$$

где область D ограничена кривыми $xy = 1$, $xy = 9$, $y - x = 2$, $x - y = 2$ ($x > 0$, $y > 0$).

Задание 4 (8 баллов)

Найти $x, y \in \mathbb{R}$, удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} 34x^2 - 22xy + 5y^2 = 98, \\ 16x^2 + 2xy - 3y^2 = 0. \end{cases}$$

Задание 5 (10 баллов)

Вычислить предел последовательности ($a \in \mathbb{R} - \text{const}$)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \cdot \left(\sqrt[n]{n + a^2} - \sqrt[n]{n} \right).$$

Задание 6 (8 баллов)

Найдите x , при котором $\Delta(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 8 & 4 & 2 & 2 & 1 \\ x & -8 & -4 & -4 & -1 \end{vmatrix} = 0$.

Задание 7 (12 баллов)

Найти общее решение дифференциального уравнения

$$x^2 y u'' - 2x^2 y'^2 + x y u' + y^2 = 0.$$

Задание 8 (12 баллов)

Найти общее решение системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} 2zy' = y^2 - z^2 + 1, \\ z' = z + y. \end{cases}$$

Задание 9 (9 баллов)

Вычислить $y^{(21)}(0)$ для функции

$$y = e^{2x} \sin 2x.$$

Задание 10 (11 баллов)

Сколько раз нужно бросить три игральных кубика, чтобы вероятность того, что хотя бы в одном из бросков выпадет комбинация с тремя одинаковыми числами (например, 1-1-1, 2-2-2 и т.д.), стала больше заданного числа p , где $0 < p < 1$? Сколько потребуется подбрасываний, если $p = 0.5$?